

Identificación paramétrica tridimensional de un edificio

J. Mauricio Angeles Cervantes[†] y Luis Alvarez-Icaza[‡]

Resumen—Este artículo presenta los resultados de un estimador paramétrico y un observador adaptable, aplicados a un modelo a escala de un edificio de cinco pisos, excitado sísmicamente en dos direcciones ortogonales. Los resultados obtenidos muestran que se puede recuperar las primeras frecuencias naturales del edificio, de tres a cinco, que son de gran importancia para el diseño de estructuras dentro del área de la Ingeniería civil. Además, el tiempo de convergencia de estas frecuencias es muy pequeño, menos de 20 segundos; considerando que lo que se desea es tener control de un actuador magneto reológico en tiempo real, este tiempo de convergencia del algoritmo es alentador.

Palabras clave: Identificación paramétrica, mínimos cuadrados, observador adaptable.

I. INTRODUCCIÓN

En años recientes la industria de la construcción ha visto en los grandes edificios una solución tanto para casas habitación como para oficinas en grandes ciudades, donde los espacios para construcción se han reducido considerablemente. La consecuencia de construir edificios que son cada vez más altos, es que se debe tener extremo cuidado en el diseño sísmico del mismo, así como en el diseño para cargas por viento. En el presente trabajo se consideran sólo los efectos que sufre una estructura de varios pisos por un sismo. En el caso de México, se tiene una gran actividad sísmica que obliga a los ingenieros civiles a diseñar toda la estructura tal que ésta soporte movimientos telúricos de cierta intensidad, (Meli R., 1985), (Chopra A.K., 1995), (Paz M., 1997).

Basados en esta idea, surge la aplicación de esquemas de control a estructuras civiles, que consisten básicamente, en la modificación de las propiedades mecánicas de las mismas, para que éstas presenten una respuesta deseable ante la acción de fuerzas externas. La modificación de las propiedades mecánicas de una estructura incluye la variación del valor de su rigidez y/o amortiguamiento, de tal forma que se puedan reducir los niveles de excitación que se transmiten a ella.

Los métodos de diseño para proteger una estructura contra las fuerzas provocadas por los sismos están divididos, básicamente, en tres categorías: métodos de diseño basados en ductilidad, métodos de diseño basados en base aislada, métodos de control basados en la respuesta dinámica de

la estructura. Estos últimos se pueden dividir en: control pasivo, control activo, control híbrido y control semiactivo.

En este caso, se ha estado trabajando en esquemas de control semiactivo. Los dispositivos de control semiactivo tienen propiedades que pueden ser cambiadas en tiempo real, pero no pueden aportar energía a la estructura que va a ser controlada (Jiménez Fabián René Enrique, 2006). En este grupo de dispositivos se encuentran los amortiguadores magneto-reológicos (Yang, G., 2001), que son amortiguadores en los cuales es posible cambiar la viscosidad del fluido que se encuentra dentro de él, provocando que modifique el valor de la fuerza de oposición que presenta al movimiento.

En términos de energía consumida, estos amortiguadores requieren algunas decenas de watts, lo que representa una gran ventaja si, ante un sismo no se cuenta con grandes recursos energéticos. Sin embargo, para aplicar el voltaje adecuado para una eficiente disipación de energía sísmica, es necesario conocer la respuesta dinámica que en esos momentos presenta el edificio y cómo se mueve el suelo. Lo anterior representa un reto, en especial el conocimiento de la respuesta dinámica de la estructura, pues es necesario conocer sus parámetros lo mejor posible: masas, coeficientes de amortiguamiento y de rigidez.

Este trabajo se enfoca en el problema de conocer la respuesta dinámica de la estructura, con sólo mediciones de aceleración en cada uno de los pisos y en el suelo.

Los trabajos realizados en la identificación paramétrica de estructuras civiles son varios, como se pueden ver en los trabajos de (Jiménez R. y Alvarez Icaza L., 2008), (Dyke, S.J. and Spencer, B.F. and Sain, M.K. and Carlson, J.D., 1996), (Li, Y. and Mau, S.T., 1991), (Safat, E., 1995), (Stewart, J.P. and Fenves, G.L., 1998). En ellos se estudia el modelo de marco plano de un edificio, lo que implica que no puede describir las relaciones entre los diversos marcos que forman un edificio cuando éstos tienen diferente orientación. (Nagarajaiah, Satish. and Li, Zhiling., 2004) plantean un identificador paramétrico, así como un observador de estados, ambos requieren de los registros completos de la respuesta sísmica de la estructura, y con ello la necesidad de realizar el procesamiento fuera de línea. Además, el análisis se realiza en dos dimensiones, sin considerar los efectos de torsión. (Wang, Jer-Fu. and Lin, Chi-Chang. and Yen, Shih-Min, 2007) determinan la rigidez y factor de amortiguamiento para un modelo basado en marco plano y excitado en una sola dirección, con el objetivo de detectar daño. (Rainieri, C. and Fabbrocino, G., 2010) describen varios métodos basados, como se ha mencionado, en la

[†] Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Investigador, mauricio.angeles@uacm.edu.mx, +52 (55) 58501901 ext. 14000.

[‡] Instituto de Ingeniería, UNAM, Investigador y corresponsal, alvar@pumas.iingen.unam.mx, +52 (55) 56233684

respuesta en frecuencia, y en los casos que menciona la identificación sólo se realiza en una dirección, con lo cual no contempla la componente torsional.

II. DESARROLLO

Sea el sistema dado por la Ec. (1), que representa a un edificio¹ de n pisos, con tres grados de libertad (GDL) por cada uno de ellos: dos desplazamientos ortogonales, X y Y , y una rotación, θ , perpendicular al plano formado por los dos primeros.

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M\ddot{U}_g, \quad (1)$$

donde las matrices $M > 0 \in \mathcal{R}^{3n \times 3n}$, $C \geq 0 \in \mathcal{R}^{3n \times 3n}$ y $K > 0 \in \mathcal{R}^{3n \times 3n}$, son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del edificio. $U \in \mathcal{R}^{3n \times 1}$, $\dot{U} \in \mathcal{R}^{3n \times 1}$ y $\ddot{U} \in \mathcal{R}^{3n \times 1}$ son desplazamientos, velocidades y aceleraciones relativas, respectivamente, formadas por las coordenadas X , Y y θ . \ddot{U}_g es el vector de aceleraciones que sufre el suelo, aplicada a cada uno de los pisos del edificio.

Premultiplicando la Ec. (1) por M^{-1} de obtiene

$$\ddot{U} + M^{-1} C \dot{U} + M^{-1} K U = -\ddot{U}_g. \quad (2)$$

No obstante, si se consideran desconocidos los coeficientes de amortiguamiento, rigideces y masas de cada uno de los pisos, entonces la Ec. (2) se expresa de la siguiente forma

$$\ddot{U} + \widehat{M^{-1}C} \dot{U} + \widehat{M^{-1}K} U = -\ddot{U}_g, \quad (3)$$

donde las matrices $\widehat{M^{-1}C}$ y $\widehat{M^{-1}K} \in \mathcal{R}^{3n \times 3n}$ representan los 18 n^2 parámetros desconocidos del sistema.

Si se define al vector de estados Ψ , al vector de entradas Ω , y al vector de salidas Ξ como

$$\begin{aligned} \Psi &= \begin{bmatrix} U \\ \dot{U} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{6n \times 1}, \\ \Omega &= \begin{bmatrix} -\ddot{U}_g \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3n \times 1}, \\ \Xi &= \begin{bmatrix} \ddot{U} + \ddot{U}_g \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3n \times 1}, \end{aligned}$$

donde Ψ está formado por los desplazamientos y velocidades relativos de cada uno de los GDL, Ω es la excitación sísmica, y Ξ es la aceleración absoluta de cada uno de los GDL.

Entonces, la Ec. (1) en variables de estado queda

$$\dot{\Psi} = \begin{bmatrix} O & I \\ -\widehat{M^{-1}K} & -\widehat{M^{-1}C} \end{bmatrix} \Psi + \begin{bmatrix} O \\ I \end{bmatrix} \Omega,$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} -\widehat{M^{-1}K} & -\widehat{M^{-1}C} \end{bmatrix} \Psi,$$

en forma simplificada

$$\begin{aligned} \dot{\Psi} &= \hat{A} \Psi + B \Omega, \\ \Xi &= \hat{E} \Psi. \end{aligned}$$

¹El modelo presentado se obtiene si se cumple la condición de diafragma de piso rígido (Meli R., 1985).

Sin embargo, los estados del sistema, desplazamientos y velocidades, no se pueden medir porque no se tiene un sistema de referencia inercial sobre el cual colocar los sensores, el suelo también se mueve en el caso de un sismo. Por lo que es necesario tener un observador de estados que recupere dichos estados y que, además, se adapte a los cambios de los parámetros desconocidos. En este sentido, se propone un observador tal que permita la recuperación de los estados y un identificador paramétrico, basado en mínimos cuadrados, mediante el cual se logren obtener los valores de los parámetros desconocidos.

De acuerdo a lo anterior, es necesario conocer los parámetros desconocidos. Sin embargo, para conocer los parámetros es necesario conocer los estados, entonces se recurre a un esquema adaptable que resuelva ambos problemas simultáneamente.

Teorema 1: Sea el sistema (1) con $K, C, M \in \mathcal{R}^{3n \times 3n}$, con M una matriz no singular, n el número de pisos del edificio. Además, $K, M > 0$ y $C \geq 0$. Sea la parametrización del sistema

$$\begin{aligned} Z &= \ddot{U} + \ddot{U}_g \in \mathcal{R}^{3n \times 1}, \\ \Phi &= \begin{bmatrix} -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3n \times 6n}, \\ \Upsilon &= \begin{bmatrix} U^T & \dot{U}^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{6n \times 1}, \end{aligned}$$

donde Φ es la matriz de parámetros reales y Υ es un vector regresor formado por velocidades y desplazamientos relativos de cada uno de los GDL, tal que Z representa los valores reales de la salida del sistema.

$$Z = \Phi \Upsilon.$$

Sea \hat{Z} el valor estimado de la salida del sistema, dado por el producto de la matriz de parámetros estimados $\hat{\Phi}$ y el vector regresor observado $\hat{\Upsilon}$, es decir,

$$\hat{Z} = \hat{\Phi} \hat{\Upsilon},$$

donde

$$\begin{aligned} \hat{Z} &= \ddot{\hat{U}} + \ddot{U}_g \in \mathcal{R}^{3n \times 1}, \\ \hat{\Phi} &= \begin{bmatrix} -\widehat{M^{-1}K} & -\widehat{M^{-1}C} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3n \times 6n}, \\ \hat{\Upsilon} &= \begin{bmatrix} \hat{U}^T & \hat{\dot{U}}^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{6n \times 1}, \end{aligned}$$

y \hat{U} , $\hat{\dot{U}}$, y $\ddot{\hat{U}}$ son los estimados de los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración relativas, respectivamente. \ddot{U}_g es el vector de aceleración del suelo aplicado a cada uno de los pisos. $\widehat{M^{-1}K}$ y $\widehat{M^{-1}C}$ son las matrices de parámetros identificados.

Sea la señal de error paramétrico normalizado² ε , con $h^2 = 1 + \hat{\Upsilon}^T \hat{\Upsilon} \in \mathcal{R}$ que satisface $\hat{\Upsilon}/h \in \mathcal{L}_\infty$

$$\varepsilon = \frac{Z - \hat{Z}}{h^2}. \quad (4)$$

²La señal de error ε no necesariamente está dividida por h^2 , en cuyo caso la señal de error no está normalizada.

Entonces, sea el observador adaptable, Ecs. (5)-(8),

$$\dot{\hat{\Psi}} = \hat{A} \hat{\Psi} + B \Omega + L [\Xi - \hat{\Xi}], \quad (5)$$

$$\hat{\Xi} = \hat{E} \hat{\Psi}, \quad (6)$$

$$\dot{P} = \delta P - P \frac{\hat{\Upsilon} \hat{\Upsilon}^T}{h^2} P, \quad (7)$$

$$\dot{\hat{\Phi}}^T = P \hat{\Upsilon} \varepsilon^T, \quad (8)$$

con la matriz estimada de estados $\hat{A} \in \mathcal{R}^{6n \times 6n}$, la matriz estimada de salida $\hat{E} \in \mathcal{R}^{3n \times 6n}$, la matriz de entrada $B \in \mathcal{R}^{6n \times 3n}$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} O & I \\ -\widehat{M^{-1}K} & -\widehat{M^{-1}C} \end{bmatrix},$$

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} -\widehat{M^{-1}K} & -\widehat{M^{-1}C} \end{bmatrix},$$

$$B = [O \quad I]^T.$$

y con una matriz de covariancia $P = P^T > 0 \in \mathcal{R}^{6n \times 6n}$, $P(0) > 0$; un factor de olvido $\delta \geq 0 \in \mathcal{R}$, un vector de estado observado $\hat{\Psi} = [\hat{U}^T \quad \hat{U}^T]^T \in \mathcal{R}^{6n \times 1}$, un vector de entrada $\Omega = [-\ddot{U}_g] \in \mathcal{R}^{3n \times 1}$, un vector de salida estimada $\hat{\Xi} = [\ddot{U} + \ddot{U}_g] \in \mathcal{R}^{3n \times 1}$ y $L \in \mathcal{R}^{6n \times 3n}$ una matriz de ganancia del observador.

Si la matriz L cumple la siguiente condición

$$-2LL^T + LT + T^T L^T \leq 0, \quad (9)$$

donde $T = [0 \quad I] \in \mathcal{R}^{3n \times 6n}$, entonces el observador adaptable, Ecs. (5)-(8), garantiza que el error de observación de estados, definido como $\tilde{\Psi} = \Psi - \hat{\Psi}$, y el error de estimación paramétrico ε , Ec. (4), satisfacen

$$\tilde{\Psi} \rightarrow 0, \quad \text{y} \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad t \rightarrow \infty.$$

El teorema 1 muestra que es posible conocer los estados: velocidades y desplazamientos relativos, así como los parámetros del sistema con sólo mediciones de aceleración absoluta en los pisos del edificio y en la base del mismo, cuando éste se encuentre sujeto a una excitación externa, en este caso un sismo.

Lo anterior es importante, pues en un edificio instrumentado real, en la mayoría de los casos, sólo se tienen mediciones de aceleración no así de velocidades y desplazamientos. Además, generalmente no se tienen instrumentados todos los pisos, en cuyo caso es posible recuperar un modelo *reducido* de un edificio correspondiente al número de niveles instrumentados, recuperando la dinámica del edificio real, principalmente las primeras frecuencias fundamentales.

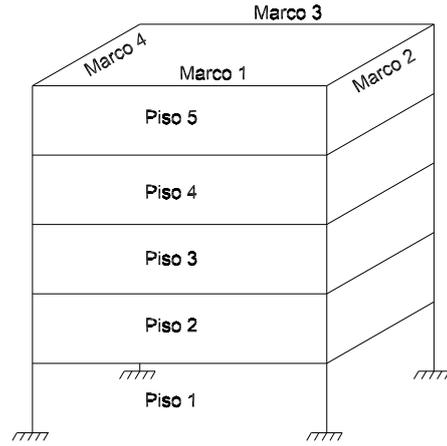


Figura 1. Esquema de edificio simulado de 5 niveles

III. RESULTADOS EN SIMULACIÓN

En la simulación la estructura de cinco pisos fue excitada con el sismo registrado el 19 de septiembre de 1985 en la ciudad de México (SCT). En la Fig. 1 se observa un esquema del edificio simulado: cinco pisos, cuatro marcos y cuatro columnas. En la tabla I se muestran los polos y las frecuencias modales del sistema. Se observa que la parte real de los polos es negativa, lo que implica un sistema estable. Además, las primeras seis frecuencias de vibración están debajo de 8 Hz.

TABLA I
POLOS Y FRECUENCIAS MODALES DEL MODELO SIMULADO

polos	frecuencias modales	
	rad/s	Hz
-0,01194 ± 10,361 i	10,361	1,649
-0,02568 ± 15,190 i	15,190	2,418
-0,10201 ± 31,073 i	31,073	4,945
-0,16758 ± 38,274 i	38,274	6,092
-0,22371 ± 45,015 i	45,015	7,164
-0,24769 ± 47,787 i	47,788	7,606
-0,41616 ± 60,437 i	60,439	9,619
-0,54777 ± 69,709 i	69,711	11,01
-0,52961 ± 71,227 i	71,229	11,34
-0,89824 ± 89,716 i	89,721	14,28
-1,1589 ± 102,94 i	102,94	16,38
-1,4271 ± 114,28 i	114,29	18,19
-3,5836 ± 177,40 i	177,44	28,24
-5,8500 ± 229,23 i	229,31	39,50
-7,5324 ± 260,83 i	260,94	41,53

Las Figs. 2 y 3 muestran los registros de excitación. Las señales de excitación son ortogonales entre sí, por lo que provocan desplazamientos y torsión sobre la estructura mostrada.

Al aplicar los registros del sismo a la estructura mencionada, y resolver los algoritmos (5)-(8), se obtienen los siguientes resultados.

Primeramente, al no conocer a priori tanto parámetros como estados, el observador adaptable comienza a calcular ambos tal que en tiempo infinito el error de observación y el

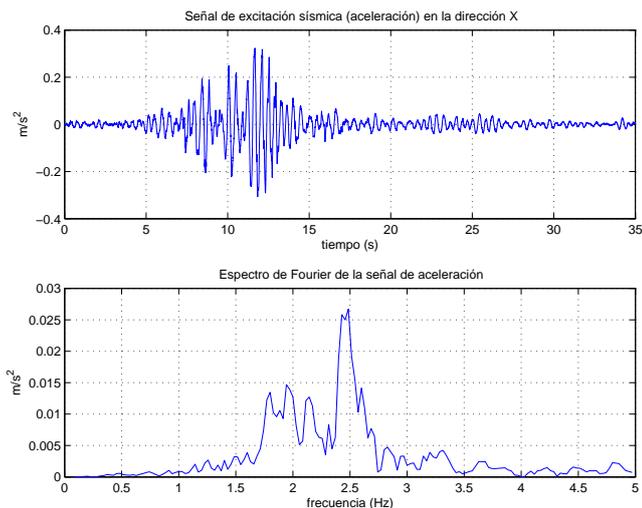


Figura 2. Señal sísmica en la dirección X

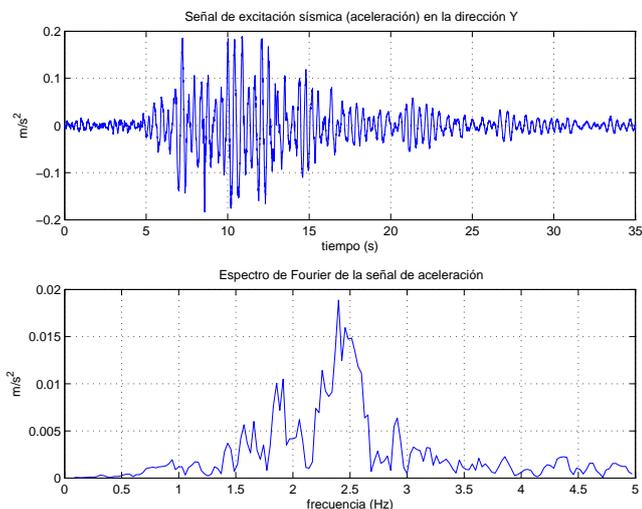


Figura 3. Señal sísmica en la dirección Y

error paramétrico tengan valores cercanos a cero. Este hecho se observa plenamente en la Fig. 4, donde se muestran las señales correspondientes a los tres GDL del piso 5. Además, se compara con los desplazamientos reales y con un esquema de un observador convencional (en el cual se suponen conocidos los parámetros). Las tres señales son prácticamente iguales casi desde el inicio de la excitación. Nótese que el observador adaptable es capaz de recuperar los desplazamientos reales.

Esto es importante porque muestra que el algoritmo es capaz de recuperar los desplazamientos que sufre la estructura con sólo mediciones de aceleración y sin conocimiento de los parámetros del edificio: relaciones de rigidez/masa y amortiguamiento/masa.

En cuanto a las señales de velocidad, la Fig. 5 muestra éstas para el quinto piso: reales (señales testigo de LVDT), las obtenidas mediante un observador convencional, y las obtenidas con el observador adaptable. Estas últimas tienen

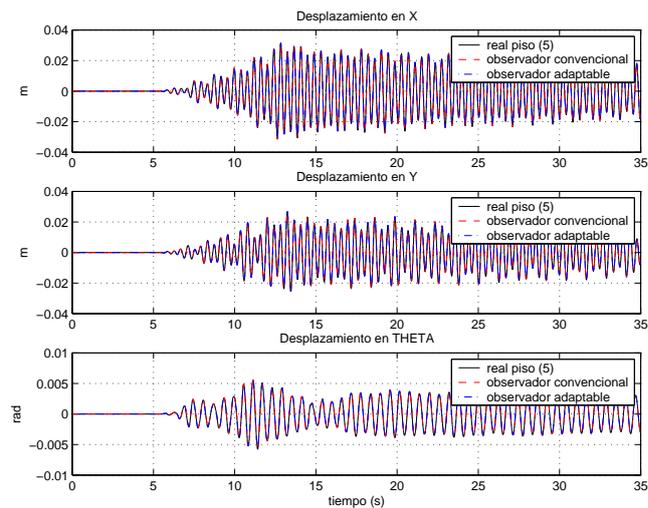


Figura 4. Desplazamientos: real, observado, observado adaptable

valores cercanos a las señales reales, lo cual muestra que el observador adaptable presenta un desempeño adecuado. Considerando que usualmente no se dispone de mediciones de velocidad en un edificio real, entonces el observador adaptable propuesto representa un opción viable para el conocimiento de las velocidades que sufre cada uno de los pisos del edificio cuando éste está sujeto a una excitación sísmica.

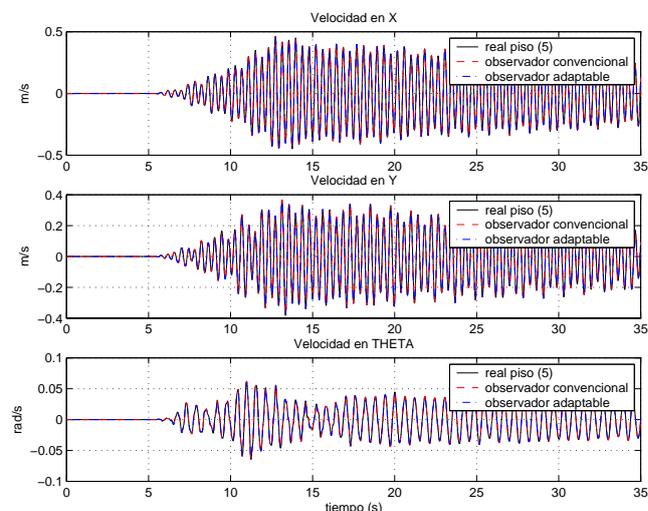


Figura 5. Señales de velocidad: real, observado, observado adaptable

Es importante resaltar el hecho de que la convergencia lenta del observador respecto a la convergencia del estimador paramétrico permite que la señal de error, ε , siga manteniendo la variación de los parámetros estimados, y que éstos tomen valores tal que con los valores de los estados reproduzcan la salida del sistema, en este caso la aceleración absoluta que se puede medir a través de acelerómetros. Si el observador es más rápido que el identificador paramétrico, aquél logra que la norma del error sea pequeña en un periodo corto de tiempo y no permite que

los valores de los parámetros reproduzcan adecuadamente la dinámica del sistema y por consecuencia los estados comiencen a diverger para compensar el error de salida provocado por los parámetros.

La Figs. 6 y 7 muestran como es el comportamiento de los parámetros k/m y c/m , que se encuentran en la posición (5,5) de la matriz de parámetros $M^{-1} K$ y en la posición (2,6) de la matriz de parámetros $M^{-1} C$, respectivamente. Se observan tres líneas; el valor real del parámetro, el valor del parámetro calculado sólo con el algoritmo de identificación paramétrica (suponiendo estados medidos), y el parámetro calculado mediante el observador adaptable. Como se observa, el comportamiento mediante el observador adaptable tiene un buen desempeño, aunque el parámetro no logra llegar al valor real por las razones que se han mencionado. Esto es importante, puesto que si consideramos el número de parámetros que se recuperan, 450 en este caso, y los estados observados, 30, entonces se puede decir que el esquema adaptable permite recuperar un modelo matemático que reproduce, con un error pequeño, la salida del sistema.

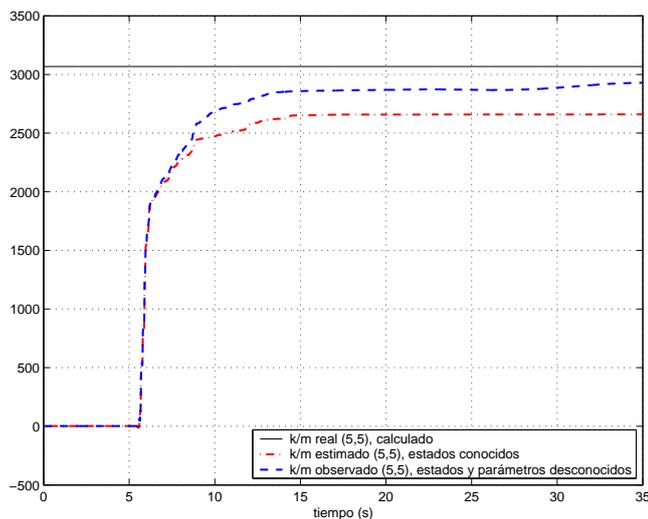


Figura 6. Comportamiento del elemento (5,5) de la matriz $M^{-1} K$

Sin embargo, como se ha mencionado, el proceso de identificación recupera un conjunto de parámetros que permiten obtener una salida estimada igual a la salida medida, y estos parámetros identificados no son necesariamente iguales a los que indica la estructura del modelo del sistema. Una muestra clara de lo anterior se observa en la Fig. 6 y 7. No obstante, el valor después de 30 segundos, tanto del algoritmo de identificación (estados medidos) como del algoritmo adaptable, no llegan al valor real. Por lo que se puede concluir que el observador adaptable propuesto permite recuperar los estados y parámetros del sistema, sin garantizar que los parámetros sean los verdaderos.

El hecho de que el identificador paramétrico, como parte del observador adaptable, obtenga un conjunto de parámetros diferentes a los reales, se aprecia en las frecuencias

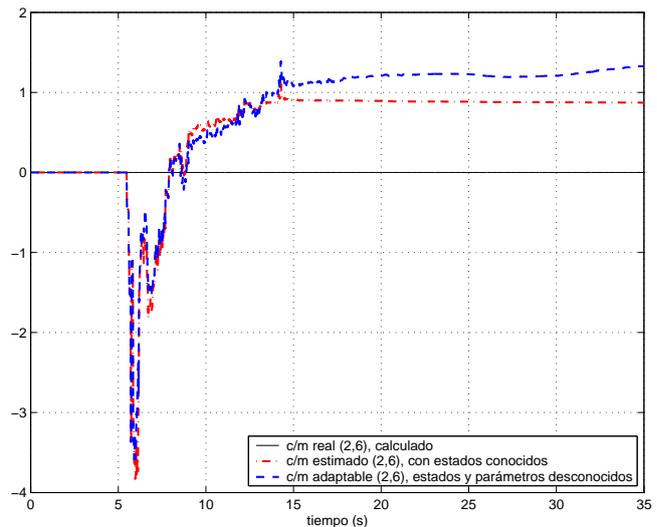


Figura 7. Comportamiento del elemento (2,6) de la matriz $M^{-1} C$

TABLA II
FRECUENCIAS MODALES OBTENIDAS MEDIANTE EL OBSERVADOR ADAPTABLE

frecuencias modales reales Hz	frecuencias modales adaptables Hz
1,649	1,649
2,418	2,417
4,945	2,565
6,092	4,947
7,164	5,673
7,606	6,102
9,619	7,181
11,01	7,578
11,34	8,955
14,28	9,626
16,38	10,73
18,19	11,31
28,24	14,27
39,50	18,34
41,53	19,77

modales obtenidas a través de éste. La tabla II muestra las frecuencias modales del sistema simulado y las frecuencias modales obtenidas a través del observador adaptable. Se observa que no se recuperan todas, sin embargo, los primeros cinco modos de vibración se recuperan con un error pequeño, menor al 1%. Esto es de gran importancia, pues para los ingenieros civiles a través de estos modos de vibración obtienen información valiosa de cómo se comportará un edificio bajo determinada excitación, así mismo, esta información es usada para realizar diseño sísmico (Chopra A.K., 1995), (Meli R., 1985).

La Fig. 8 muestra el comportamiento en el tiempo de las primeras 8 frecuencias, y en la Fig. 9 se hace un acercamiento a los primeros segundos a partir de que el algoritmo comienza a calcular. Se observa que la convergencia de las primeras frecuencias se obtiene en pocos segundos, no así para las frecuencias superiores, las cuales tardan en converger y no al valor real. Aun con estas divergencias

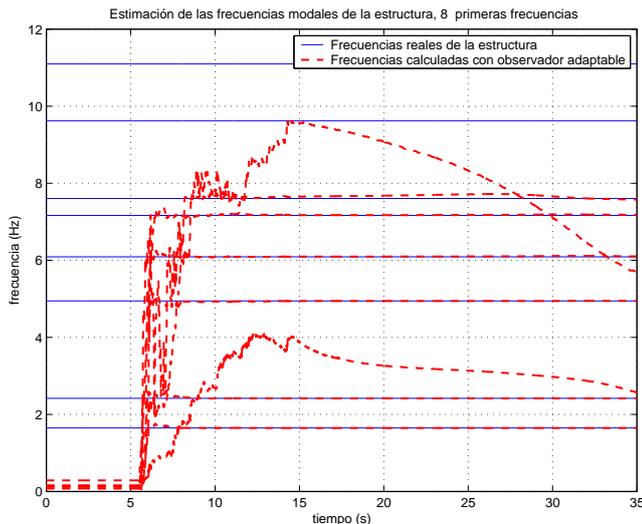


Figura 8. Frecuencias de oscilación del edificio simulado de cinco pisos

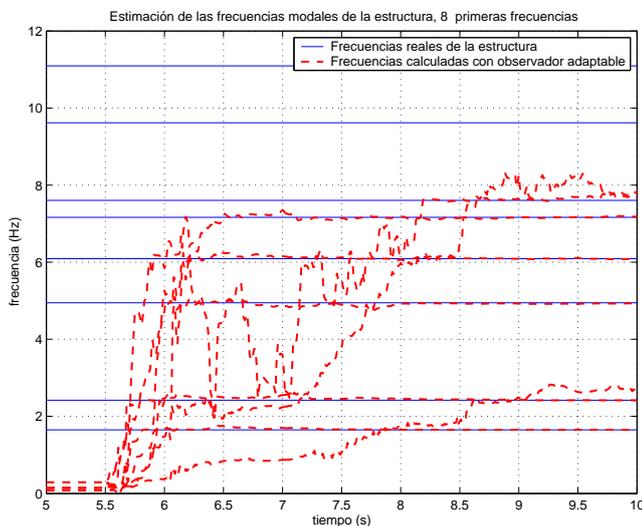


Figura 9. Detalle del comportamiento de las frecuencias de oscilación

el observador adaptable recupera las primeras frecuencias de oscilación con sólo mediciones de aceleración.

IV. CONCLUSIONES

Se ha presentado un algoritmo de observador adaptable, el cual permite recuperar la dinámica de salida y las primeras frecuencias naturales de un edificio con sólo mediciones de aceleración cuando éste se encuentra bajo los efectos de una excitación sísmica, aportación importante si se considera que no es necesario realizar pruebas destructivas, aportando información importante para la ingeniería civil.

Este algoritmo hace uso de una parametrización tal que se genera una *matriz de parámetros* y un *vector regresor* que representan una opción eficiente para sistemas cuyos modelos tienen la estructura de la Ec. (1). Este hecho permite tener una matriz de covarianza de un orden acorde al vector regresor, que es el número de velocidades y desplazamientos, que en este caso es de $6n$; haciendo factible la

implementación en tiempo real, si se considera el hecho que tiene una rápida convergencia en la dinámica de salida del sistema, menos de 30 segundos, lo cual permite que se los datos obtenidos mediante el observador adaptable en línea, sean tomados por la señal de control de un amortiguador magneto-reológico y que todo el proceso: identificación paramétrica, observador de estados y controlador, se pueda implantar en tiempo real, permitiendo una disipación de energía en un edificio sujeto a un sismo, evitando daños en el mismo, y en el peor de los casos, un colapso de la estructura, que podría provocar muchas pérdidas humanas.

V. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo otorgado para la realización de este trabajo al ICyT DF, a través del proyecto PIUTE10-188; de la misma forma agradecen a la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, a través del proyecto UACM/OAG/ADI/018/2011; así como al Instituto de Ingeniería de la UNAM.

REFERENCIAS

- Chopra, A.K.(1995). Dynamics of structures: theory and applications to Earthquake Engineering. *Prentice Hall. Upper Saddle River, NJ.*
- Paz, M.(1997). Structural Dynamics: theory and computation. *Chapman & Hall. International Thomson Publishing*
- Jiménez Fabián, René Enrique (2006). *Control semiactivo de estructuras civiles usando amortiguadores magneto-reológicos*. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria, México, D.F.
- Jiménez R. y Alvarez Icaza L. (2008). Estimación adaptable de estados en un edificio de marco plano equipado con un amortiguador magneto-reológico. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI (5)*, 135–143.
- Meli, R. (1985). *Diseño estructural*. Limusa. México.
- Yang, G. (2001). *Large-scale magnetorheological fluid damper for mitigation: modeling, testing and control*. Department of Civil Engineering and Geological Sciences, Notre Dame. Indiana. USA.
- Dyke, S.J. and Spencer, B.F. and Sain, M.K. and Carlson, J.D. (1996). Seismic response reduction using magnetorheological dampers. *Proceedings of the 1996 IFAC World Congress, San Francisco*, 145–150.
- Li, Y. and Mau, S.T. (1991). A case of study of MIMO system identification applied to building seismic records. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **20**, 1045–1064.
- Safat, E. (1995). Detection and identification of soil-structure interaction in buildings from vibration recordings. *ASCE Journal of Structural Engineering* **121**, 899–906.
- Stewart, J.P. and Fenves, G.L. (1998). System identification for evaluating soil-structure interaction effects in buildings from strong motion recordings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **27**, 869–885.
- Nagarajaiah, Satish. and Li, Zhiling. (2004). Time segmented least squares identification of base isolated buildings. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **24**, 577–586.
- Rainieri, C. and Fabbrocino, G. (2010). Automated output-only dynamic identification of civil engineering structures. *Mechanical Systems and Signal Processing* **24**, 678–695.
- Wang, Jer-Fu. and Lin, Chi-Chang. and Yen, Shih-Min (2007). A story damage index os seismically-excited buildings based on modal frequency and mode shape. *Engineering Structures* **29**, 2143–2157.